

# Многочлены.

Холодные числа, внешне сухие формулы математики полны  
внутренней красоты сконцентрированной в них мысли.  
Александр Данилович Александров.

## • Теорема о делимости многочлена на многочлен. Теорема Безу.

- 1) Найдите все корни многочлена  $x^3 + 2ax^2 - 5x - a - 9$ , если его остатки при делении на  $x-2$  и  $x-3$  равны.
- 2) Многочлен  $f(x)$  при делении на  $x^3 + x^2 - 10x + 8$  даёт остаток  $x^2 - x + 1$ . Найдите  $f(1) \cdot f(2) - f(-4)$ .
- 3) Многочлен  $P(x)$  при делении на  $4x-1$  даёт остаток  $(-2,5)$ ; при делении на  $x+2$  даёт остаток  $(-7)$ . Найдите его остаток при делении на  $4x^2 + 7x - 2$ .
- 4) При каких значениях параметра  $a$  многочлен  $x^3 + 3x^2 + ax - 1$  делится на  $x+2$ ?
- 5) Найдите остаток от деления многочлена  $x^{100} - 2x^{51} + 1$  на  $x^2 - 1$ .
- 6) Многочлен  $P(x)$  при делении на  $x-2$  даёт в остатке 5, а при делении на  $x+5$  даёт в остатке -2. Найти остаток от деления  $P(x)$  на  $x^2 + 3x - 10$ .
- 7) Многочлен  $P(x)$  при делении на  $x-1$  и  $x+1$  даёт остатки, равные 1, а при делении на  $x+3$  даёт в остатке 8. Найти остаток от деления  $P(x)$  на  $x^3 + 3x^2 - x - 3$ .

## • Следствия из теоремы Безу. Теоремы о корнях. Деление многочленов. Схема Горнера.

- 8) Разложите на множители многочлены:
  - а)  $x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 38x - 24$ ;
  - б)  $(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) - 12$ ;
  - в)  $x^4 + x^3 - 6x^2 - 4x + 8$ ;
  - г)  $(x^2 - 6x + 3)(x^2 - 6x + 5) - 15$ .
- 9) Найдите корни многочленов:
  - а)  $x^3 - 4x^2 + 5x - 2$ ;
  - б)  $2x^3 - x^2 + 4x - 2$ ;
  - в)  $x^3 - 3x^2 + 3x - 2$ ;
  - г)  $15x^5 - 31x^4 - 45x^3 + 7x^2 + 6x$ ;
- 10) Решите уравнение:
  - а)  $2(x^2 - 7x + 3)^2 = 3(x - 3)(x - 4)$ ;
  - б)  $x^3 = -x + 10$ ;
  - в)  $x^4 + 2x^3 - 11x^2 + 4x + 4 = 0$ ;
  - г)  $x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 8x + 4 = 0$ .

## • Формулы Виета.

- 11) Не вычисляя корней многочлена  $x^3 - 3x - 1$ , найдите  $(x_1)^2 + (x_2)^2 + (x_3)^2$ .
- 12) При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $x^4 + (a^2 - 4)x^3 - 4x^2 + a = 0$  имеет 4 вещественных корня с суммой 0?

## • Кратные корни. Теорема о корне, кратности $k$ .

- 13) Какую кратность имеет корень 2 для многочлена  $P(x) = x^5 - 9x^4 + 32x^3 - 56x^2 + 48x - 16$ ?
- 14) При каких значениях параметров  $a$  и  $b$   $(-2)$  является корнем многочлена  $P(x) = x^5 + ax^2 + bx + 1$  кратности по крайней мере 2?

## • Метод неопределённых коэффициентов.

- 15) Разложите на множители многочлены:
  - а)  $x^4 + 12x^3 - 43x^2 - 42x + 6$ ;
  - б)  $x^4 - 4x^3 - 20x^2 + 13x - 2$ ;
  - в)  $x^4 - 10x^3 + 27x^2 - 14x + 2$ .
- 16) При каких значениях  $m$  и  $n$  многочлен  $x^3 + mx + n$  делится без остатка на многочлен  $x^2 + 3x + 10$ ?
- 17) Найдите все такие  $a, b, c$ , при которых равенство  $x^3 - 3x = (x^2 + ax - b)(x - 1) + c$  выполняется при любых значениях  $x$ .